



គ្រូមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា Cambodian Mathematics Generation

វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យា ១

គ្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែថ្នាក់ទី១២
០៤ កក្កដា ២០១០ ដល់ ០៣ តុលា ២០១០

បំប៉នដោយ

សាំង តារាស្មី (វិសមភាព និង លំហាត់ទូទៅ)

ហុក សុវណ្ណដា (ធរណីមាត្រ)

សៃ តារា (ស្វ៊ីត និង សេរី)

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

វិសមភាព

Σ ហៅថា សិចម៉ា តំណាង វិធីបូក

Π ហៅថា ពី តំណាង វិធីគុណ

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad \text{និង} \quad \prod_{i=1}^n x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$$

✓ **វិសមភាព Cauchy :**

$$a + b \geq 2\sqrt{ab} \quad a, b \geq 0 \quad \text{សមភាពពេល } a = b$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \quad a_i \geq 0 ; i = \overline{1, n}^1$$

$$\sum_{i=1}^n a_i \geq n \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n a_i}$$

សមភាពពេល $a_1 = a_2 = \dots = a_n$

✓ **វិសមភាព Cauchy Schwarz**

$$|ax + by| \leq \sqrt{(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)} \quad \text{សមភាពពេល } \frac{a}{x} = \frac{b}{y}$$

$$|a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n| \leq \sqrt{(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)}$$

$$|a_1 + a_2 + \dots + a_n| = \left| \sqrt{b_1} \frac{a_1}{\sqrt{b_1}} + \sqrt{b_2} \frac{a_2}{\sqrt{b_2}} + \dots + \sqrt{b_n} \frac{a_n}{\sqrt{b_n}} \right|$$

¹ $i = \overline{1, n}$ មានន័យថា $i = 1, 2, 3, \dots, n$

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
 វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

$$\leq \sqrt{(b_1 + b_2 + \dots + b_n) \left(\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \right)}$$

សមភាពពេល $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$

✓ **វិសមភាពងាយៗមួយចំនួន**

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \quad , \quad a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \quad , \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$$

$$(a + b + c)^2 \geq 3ab + 3bc + 3ca$$

➤ **លំហាត់អនុវត្តន៍កម្រិតមធ្យម**

1. គេមាន $a > 0$, បង្ហាញថា $\frac{(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)}{32a^2} \geq \sqrt{6}$
2. គេមាន $a + b + c = 1$ ដែល a, b, c ជាចំនួនមិនអវិជ្ជមាន
 បង្ហាញថា $P = (a + b)(b + c)(c + a)abc \leq \frac{8}{729}$
3. គេមាន $x + y + z = 1$ ដែល x, y, z ជាចំនួនមិនអវិជ្ជមាន
 បង្ហាញថា $xy + yz + zx > \frac{18xyz}{2+xyz}$
4. បង្ហាញថា $3^{a^2-4} + 3^{4a+8} \geq 2$
5. គេមាន $xyz = 1$ និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន
 បង្ហាញថា $\left(\frac{1+x}{2}\right)^n + \left(\frac{1+y}{2}\right)^n + \left(\frac{1+z}{2}\right)^n \geq 3$
6. គេមាន $a \geq -1, b \geq -4, c \geq 2, d \geq 3$
 បង្ហាញថា $\frac{\sqrt[4]{(a+1)(b+4)(c-2)(d-3)}}{a+b+c+d} \leq \frac{1}{4}$
7. គេមាន $x \in [0,1]$ បង្ហាញថា

$$\sqrt{x} + \sqrt{1-x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{1-x} \leq \sqrt{2} + \sqrt{2\sqrt{2}}$$
8. គ្រប់ $a, b \in R^+, m \in Z^+$ បង្ហាញថា

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
 វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

$$\left(1 + \frac{a}{b}\right)^m + \left(1 + \frac{b}{a}\right)^m \geq 2^{m+1}$$

9. $a, b, c > 0$ បង្ហាញថា $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$

10. គេអោយ a, b, c ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $abc = 1$ ។

បង្ហាញថា $\frac{2}{(a+1)^2+b^2+1} + \frac{2}{(b+1)^2+c^2+1} + \frac{2}{(c+1)^2+a^2+1} \leq 1$

11. ចំនួនពិត a, b, c ។ បង្ហាញថា

$$(a^2b + b^2c + c^2a)(ab^2 + bc^2 + ca^2) \geq 9a^2b^2c^2$$

12. ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a, b, c ផ្ទៀងផ្ទាត់ $abc = 1$ ។ បង្ហាញថា

$$a + b + c \leq a^2 + b^2 + c^2$$

13. ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a, b, c, d ។ បង្ហាញថា

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} + \frac{16}{d} \geq \frac{64}{a + b + c + d}$$

14. បង្ហាញថា $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x

15. បើ $a_i > 0$ ចំពោះគ្រប់ $i = 1, 2, \dots, n$ និង $a_1 a_2 \dots a_n = 1$

បង្ហាញថា $(1 + a_1)(1 + a_2) \dots (1 + a_n) \geq 2^n$

16. បង្ហាញថា $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

17. កំណត់ $k > 0$ តូចបំផុតដែល ៖

$$\frac{ab}{a+b+2c} + \frac{bc}{b+c+2a} + \frac{ca}{c+a+2b} \leq k(a + b + c)$$

18. $a, b, c \in R$ ដែល $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ បង្ហាញថា

$$-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$$

19. $a, b, c, d > 0$ បង្ហាញថា $\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}} \geq \sqrt[3]{\frac{abc+bcd+cda+abd}{4}}$

20. ចំពោះ $a, b, c > 0$ បង្ហាញថា $\frac{a+b+c}{abc} \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
 វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

21. $a + b + c = 1$ បង្ហាញថា $\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} \leq \sqrt{21}$

22. ចំពោះ a, b, c ជាចំនួនពិត ដែល $0 \leq a, b, c \leq 1$ ។ បង្ហាញថា $\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ac} + \frac{c}{1+ab} \leq 2$

23. គេអោយ $a, b, c > 2$ ដែល $abc = 1$ ។ បង្ហាញថា $(a - 1 + \frac{1}{b})(b - 1 + \frac{1}{c})(c - 1 + \frac{1}{a}) \leq 1$; (IMO 2000)

24. $a, b, c > 0$ បង្ហាញថា $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{a^8+b^8+c^8}{a^3b^3c^3}$

25. ចំពោះ $a, b > 0$ បង្ហាញថា $\frac{a}{a^4+b^2} + \frac{b}{a^2+b^4} \leq \frac{1}{ab}$

26. $a, b, c > 0$ បង្ហាញថា $\frac{a^2-c^2}{b+c} + \frac{b^2-a^2}{c+a} + \frac{c^2-b^2}{a+b} \geq 0$

27. គេអោយ a, b, c ជាជ្រុងត្រីកោណមួយ។ បង្ហាញថា $\sqrt{a+b-c} + \sqrt{b+c-a} + \sqrt{c+a-b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$

28. a, b, c ជាប្រវែងនៃជ្រុងត្រីកោណមួយ។ បង្ហាញថា $3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2 < 4(ab + bc + ca)$

29. បង្ហាញថា $\sqrt{a^2 + (1-b)^2} + \sqrt{b^2 + (1-c)^2} + \sqrt{c^2 + (1-a)^2} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$

30. បង្ហាញថា $(1+a)(1+b)(1+c) \geq (1 + \sqrt[3]{abc})^3$; $a, b, c > 0$

31. បង្ហាញថា $\frac{n+1}{2} > \sqrt[n]{n!}$; $n \in \mathbb{N}$

32. បង្ហាញថា $\frac{a+b+4\sqrt{c}}{3\sqrt[9]{abc^2-1}} \geq 3$

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

33. គេមាន $a + b + c = 0$ បង្ហាញថា $3^a + 3^b + 3^c \geq \sqrt[3]{3^a} + \sqrt[3]{3^b} + \sqrt[3]{3^c}$

34. បង្ហាញថា $\frac{a^2}{b^5} + \frac{b^2}{c^5} + \frac{c^2}{d^5} + \frac{d^2}{a^5} \geq \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} + \frac{1}{d^3}$

35. បង្ហាញថា $\frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{b+c}{b^2+c^2} + \frac{c+a}{c^2+a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

36. បង្ហាញថា $a^2(1+b^2) + b^2(1+c^2) + c^2(1+a^2) \geq 6abc$

37. បង្ហាញថា $\sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-1} \leq \sqrt{c(ab+1)}$

38. a, b, c ជាជ្រុងត្រីកោណមួយ និង p ជាកន្លះបរិមាត្រ។

បង្ហាញថា $\sqrt{p} < \sqrt{p-a} + \sqrt{p-b} + \sqrt{p-c} \leq \sqrt{3p}$

39. បង្ហាញថា

$$(a+b)^c (b+c)^a (c+a)^b \leq \left[\frac{2}{3}(a+b+c) \right]^{a+b+c}$$

40. បង្ហាញថា $\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^n b_i^2} \geq \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i + b_i)^2}$

41. គេមាន a, b, c ជាចំនួនវិជ្ជមាន ដែល $abc = 1$ ។

បង្ហាញថា $\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}$; (IMO 1995)

42. បង្ហាញថា $\frac{x}{ay+bz} + \frac{y}{az+bx} + \frac{z}{ax+by} \geq \frac{3}{a+b}$

43. កំណត់គ្រប់ចំនួន a, b, c, d ដែល $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = a(b+c+d)$

44. បង្ហាញថា $\frac{a^6+b^4+c^2+2}{abc\sqrt{2a+1}} \geq 2$

45. បង្ហាញថា $\frac{1}{15} < \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{99}{100} < \frac{1}{10}$

46. បង្ហាញថា $\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \frac{3^2}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{100^2}{199 \cdot 201} < 26$

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

- 47. បង្ហាញថា $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$
- 48. បង្ហាញថា $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$
- 49. បង្ហាញថា $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} > 1$
- 50. បង្ហាញថា $1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n - 1) < n^n$

ធរណីមាត្រ

- 51. ចតុកោណប៉ោង ABCD មាន E ជាចំនុចប្រសព្វ(AB) និង (CD), F ជាប្រសព្វ(BC)និង(AD)។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle E$ និង $\angle F$ កាត់គ្នាត្រង់ I។ បង្ហាញថា $\angle EIF = (\angle A + \angle C) : 2$ ។
- 52. ចតុកោណប៉ោង ABCD មាន A', B', C', D' ជាទីប្រជុំទំងន់ $\Delta BCD, \Delta ACD, \Delta ABD, \Delta ABC$ រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា AA', BB', CC', DD' កាត់គ្នាត្រង់ចំនុចតែមួយ។
- 53. ΔABC មានទីប្រជុំទំងន់ G និង បន្ទាត់ (d) មួយនៅក្រៅ ត្រីកោណ។ A', B', C', & G' ជាចំនោលកែងពី A, B, C , & G លើ (d)។ បង្ហាញថា $AA' + BB' + CC' = 3GG'$ ។
- 54. លើបន្ទាត់ (AB) ដៅ M&N ដែល M នៅចន្លោះ A&N។ សង់ត្រីកោណសម័ង្ស AMD, MNE, BNF នៅផ្នែកតែម្ខាងនៃ (AB)។ G ជាទីប្រជុំទំងន់នៃ ΔDEF ។ បង្ហាញថា ចំងាយពី G លើ (AB) ថេរ។

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

55. មានចតុកោណព្នាយ ABCD ($A=D=90^\circ$), $AB = \frac{1}{2}CD$ ។ H ជាចំនោលកែងពី D លើ AC, M កណ្តាល HC។ បង្ហាញថា $\widehat{BMD} = 90^\circ$ ។
56. ប្រលេឡូក្រាម ABCD ដែល $\hat{A} = 60^\circ$ ។ ដៅ E&F លើ ជ្រុង AD & AE ដែល $DE=CF$ ។ K ជាចំនុច ឆ្លុះនៃ F ធៀប នឹង BC។ បង្ហាញថា EK ស្របនឹង AB។
57. $\triangle ABC$ មាន $\hat{A} > 90^\circ$ ហើយក្នុងមុំ A គេគូស $AD \perp AB$, $AD = AB$ & $AE \perp AC$, $AE = AC$ ។ អោយ M កណ្តាល DE បង្ហាញថា $AM \perp BC$ ។
58. នៅក្រៅ $\triangle ABC$ សង់ត្រីកោណកែងសមបាត ABD ត្រង់ B & ត្រីកោណកែងសមបាត ACE ត្រង់ C។ M កណ្តាល DE កំណត់ប្រភេទ $\triangle BMC$ ។
59. ត្រីកោណសម័ង្ស ABC មាន បន្ទាត់ស្របនឹង BC កាត់ ជ្រុង AB & AC ត្រង់ D & E។ G ជាទីប្រជុំទំងន់ នៃ $\triangle ADE$, I កណ្តាល CD។ កំនត់ប្រភេទ $\triangle GIB$ ។
60. E លើជ្រុង AC នៃត្រីកោណសម័ង្ស ABC។ បន្ទាត់កែង នឹង AB គូសចេញពី E កាត់ បន្ទាត់កែងនឹង BC ដែលគូសចេញពី C ត្រង់ D។ តាង K កណ្តាល AE, គណនា \widehat{KBD} ។
61. $\triangle ABC$ គេដៅ D & E បន្លាយ BA & CA ដែល $BD=CE=BC$ ។ តាម O ដែលជាប្រសព្វ BE & CD គូសបន្ទាត់ស្របនឹង

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ A ហើយកាត់ AC ត្រង់ K។ បង្ហាញថា
 $AB=CK$ ។

62. H ជាចំនោលកែងពី B លើ អង្កត់ទ្រូង AC នៃចតុកោណ កែង
ABCD។ M & K ជាចណ្តចកណ្តាល AH & CD។ គណនា
 \widehat{BMK} ។

63. ចតុកោណប៉ោង ABCD មាន $\widehat{C} = 40^\circ$, $\widehat{D} = 80^\circ$, $AD=BC$ ។
E & F កណ្តាល AB & CD។ គណនា \widehat{EFD} & \widehat{EFC} ។

64. លើជ្រុង AB, BC, CD, DA នៃប្រលេឡូក្រាម ABCD ដៅ E,
M, N, F ដែល $BM=DN$, $BE=DF$ ។ I, O, K កណ្តាល EF,
BD, MN។ បង្ហាញថា I, O, K រត់ត្រង់គ្នា។

65. H ជាអវត្ថសង់ នៃត្រីកោណសម័ង្ស ABC មានកំពស់
AD។ ដៅ M លើជ្រុង BC, E & F ជាចំនោល កែងពី M លើ
AB & AC, I កណ្តាល AM។ បង្ហាញថា MH, ID, EF
កាត់គ្នាត្រង់ចំនុចតែមួយ។

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

លំហាត់បន្ថែម

66. យើងមាន $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{m}{n}$ ដែល m, n
ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា។ កំណត់ $m + n$
67. បើ a, b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $a \cdot b = 2400$ ។
រកតម្លៃតូចបំផុតនៃ $a + b$
68. កំណត់ $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \dots + 208 +$
 $209 - 210$
69. តើមានប៉ុន្មានភាគរយនៃ $1, 2, \dots, 1000$ ដែលចែកដាច់នឹង
តែមួយគត់រវាង 4 រឺ 5
70. ការតម្រៀបលេខដូចខាងក្រោម

1					
2	3				
4	5	6			
7	8	9	10		
11	12	13	14	15	
.					
.					

តើលេខប៉ុន្មានដែលនឹងស្ថិតនៅក្រោមលេខ 2010 ?

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
 វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

71. គេមានអនុគមន៍ $f : 3f(x) - 5xf\left(\frac{1}{x}\right) = x - 7 ; x \neq 0$ ។
 រក $f(2010)$
72. សមីការ $2x^2 + bx + c$ (b, c ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន) មានឫស២
 ជាចំនួនពិតដែលមានគម្លាត 30 ។
 កំណត់តម្លៃតូចបំផុតនៃ $b + c$
73. រកចំនួនគូ (m, n) (គិតលំដាប់) ដែល $20m - 10n = mn$
74. កំណត់ ៣ ខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2010$
75. កំណត់តម្លៃធំបំផុតនៃ $x^2 - 4x + 3$ ដែល $x \in \mathbb{R}$
76. សុខបានធ្វើវិធីបូក n ចំនួនគត់វិជ្ជមានដំបូងគ្នាហើយទទួល
 បាន លទ្ធផល 5053 ។ ក្រោយមកគេដឹងថាគេបានបូកចំនួន
 មួយ ដល់ទៅ២ដង។ រកចំនួននោះ
77. កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ធំបំផុតដែល $n^{200} < 5^{300}$
78. រក $(x + 1)(x + 2010) \left[\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{x+2009(x+2010)} \right]$
79. ក/ បង្ហាញថា $\frac{2^k}{3^{2^k+1}} = \frac{2^k}{3^{2^k-1}} - \frac{2^{k+1}}{3^{2^{k+1}-1}}$
 ខ/ កំណត់ $\frac{1}{4} + \frac{2}{3^2+1} + \frac{4}{3^4+1} + \dots + \frac{2^{2010}}{3^{2^{2010}+1}}$
80. កំណត់ $\sqrt{45 + 20\sqrt{5}} + \sqrt{45 - 20\sqrt{5}}$
81. $A = \left(\frac{99\dots9}{2010}\right)^3 - \left(\frac{66\dots6}{2010}\right)^3$ ។ កំណត់សំណល់ពេល A
 ចែកនឹង 11

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

82. n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a, b \in R^+$ ដែល $a + b = 2$ ។

កំណត់តម្លៃតូចបំផុតនៃ $\frac{1}{1+a^n} + \frac{1}{1+b^n}$

83. កំណត់ខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $2^2 + 20^{20} + 201^{201} + 2010^{2010}$

84. $x + \frac{1}{x} = 4$ កំណត់ $x^3 + \frac{1}{x^3}$

85. កំណត់ $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2010}{2011!}$

86. គណនា $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + 2011 \cdot 2011!$

87. បង្ហាញថា $\frac{c}{a} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c} \geq 2$

88. a, b, c, d ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានផ្ទៀងផ្ទាត់ $abcd = 1$ និង

89. $a + b + c + d > \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}$ ។ បង្ហាញថា

$a + b + c + d < \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d}$; (IMO ShortList 2008)

90. បង្ហាញថា $\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}\right)^{a+b+c} \geq a^a b^b c^c$

91. គេមាន $(x+y)^2 + (x+3y)^2 - 4(x+y) - 10(x+3y) + 29 = 0$

កំណត់ $2x + 4y$

92. គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 3^2 + \dots + (n+1)n^2}{n^4}$

93. បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n > 1$ គេបាន

94. $(n-1)^2 | n^n - n^2 + n - 1$

95. បង្ហាញថា $(a+b+c+d)^2 \geq \frac{8}{3}(ab+bc+cd+da+ac+bd)$

96. ប្រើលំហាត់ទី៩៥ ហើយ $a, b, c, d > 0$ បង្ហាញថា

$\frac{a}{b+2c+3d} + \frac{b}{c+2d+3a} + \frac{c}{d+2a+3b} + \frac{d}{a+2b+3c} \geq \frac{2}{3}$

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

97. ក/ កំណត់ខ្ទង់រាយនៃ $A = 1 + 2^2 + 3^3 + \dots 10^{10}$

ខ/ កំណត់ខ្ទង់រាយនៃ $B = 1 + 2^2 + 3^3 + \dots 20^{20}$

ហើយសន្និដ្ឋាន ខ្ទង់រាយនៃ $C = 1 + 2^2 + 3^3 + \dots 2011^{2011}$

98. បុរសម្នាក់បានសួរនារីម្នាក់ថា នាងមានអាយុប៉ុន្មាន? នាងមើលមុខបុរសទាំងមិនពេញចិត្តហើយឆ្លើយថា៖ ខ្ញុំចាស់ខ្លាំងណាស់ ព្រោះអាយុបច្ចុប្បន្នរបស់ ខ្ញុំស្មើដល់ទៅ៣ដងអាយុរបស់ខ្ញុំពេល៣ឆ្នាំទៀត ដក៣ដងអាយុរបស់ខ្ញុំកាលពី ៣ឆ្នាំមុន។ ហើយបន្តថា៖ បើលោកអាចគិតឃើញ ទើបសាកសមនឹងដឹងអាយុ របស់ខ្ញុំ។

99. តើ ៣តួគ្នានៃស្វ៊ីតនពន្ធចំនួនគត់វិទ្យាទីបណា ដែលមានផលគុណជាចំនួនបឋម?

100. កំណត់តួទូទៅនៃស្វ៊ីត $1, 3, 7, 15, 31, 63, \dots$

101. សុខមានកូន ៣ នាក់ ហើយយ៉ាងហោចមានកូនម្នាក់ជាស្រី។ រកប្រូបាបដែល កូនទាំង៣ ជាកូនស្រី។

102. កំណត់ $(25 + 10\sqrt{5})^{\frac{1}{3}} + (25 - 10\sqrt{5})^{\frac{1}{3}}$

103. គេមាន $f(n) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}$ ហើយ

$$g(n) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

បង្ហាញថា $f(n) = g(n) ; \forall n \in \mathbb{N}$

104. គេមាន a^2, b^2, c^2 ជា ៣ តួគ្នានៃស្វ៊ីតនពន្ធ

បង្ហាញថា៖ $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ ក៏ជា ៣ តួគ្នានៃស្វ៊ីតនពន្ធដែរ

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
 វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

105. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{x} = \sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt{x - \frac{1}{x}}$
106. ហេតុអ្វីបានជាមេដ្យាទ័រទាំង ៣ នៃត្រីកោណមួយ
 កាត់គ្នាត្រង់មួយចំនុច?

107. កំណត់ចំនួនគត់តូចបំផុតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ បើយក
 ខ្ទង់រាយនៃចំនួននោះមក ដាក់នៅខ្ទង់ធំបំផុតនឹងស្មើ ៥ ដង
 ចំនួនដើម។

108. គេមាន $a_n = \frac{2^3-1}{2^3+1} \cdot \frac{3^3-1}{3^3+1} \cdot \dots \cdot \frac{n^3-1}{n^3+1}$ ។
 កំណត់ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

109. គេមាន $\{x_n\}$ ជាស្វ៊ីតកំណត់ដោយ

$$x_1 = \frac{1}{2}; x_{k+1} = x_k^2 + x_k \quad \forall k$$

110. កំណត់ផ្នែកគត់នៃ $\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} + \dots + \frac{1}{x_{2010}+1}$

111. a, b, c ជាជ្រុងត្រីកោណមួយ។ បង្ហាញថា

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

112. ស្វ៊ីត $\{a_n\}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a_1 = a + \frac{1}{a}$ ($a > 0, a \neq 1$)

$$a_{n+1} = a_1 - \frac{1}{a_n} \quad \forall n \text{ បង្ហាញថា } a_n = \frac{a^{2n+2} - 1}{a(a^{2n} - 1)}$$

113. កំណត់ $\frac{3}{1!+2!+3!} + \frac{4}{2!+3!+4!} + \dots + \frac{22}{20!+21!+22!}$

114. កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$\frac{1}{9\sqrt{11} + 11\sqrt{9}} + \frac{1}{11\sqrt{13} + 13\sqrt{11}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+2} + (n+2)\sqrt{n}} = \frac{1}{9}$$

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

115. គណនា $\frac{1}{1!2009!} + \frac{1}{3!2007!} + \dots + \frac{1}{2007!3!} + \frac{1}{2009!1!}$

116. ដោះស្រាយសមីការ

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$$

117. ដោះស្រាយសមីការ

$$\sqrt{x+2\sqrt{x+2\sqrt{x+\dots+2\sqrt{x+2\sqrt{3x}}}}} = x$$

118. ប្រៀបធៀប 1000^{1000} និង 1001^{999}

ក្រុមជំនាន់គណិតវិទ្យានៃកម្ពុជា
វគ្គបំប៉នគណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ (មូលដ្ឋានគ្រឹះ)

វិញ្ញាសាប្រឡងវិសមភាព(រយៈពេល ១ ម៉ ៣០ នាទី)

119. $a, b, c > 0$ និង $abc = 1$

បង្ហាញថា $a^{2010} + b^{2010} + c^{2010} \geq a^{15} + b^{15} + c^{15}$

120. $x, y, z > 0$ បង្ហាញថា ៖

$$\frac{\sqrt{y}}{x} + \frac{\sqrt{z}}{y} + \frac{\sqrt{x}}{z} \geq 2 \left(\frac{\sqrt{xy}}{z\sqrt{y} + \sqrt{x^3}} + \frac{\sqrt{yz}}{x\sqrt{z} + \sqrt{y^3}} + \frac{\sqrt{zx}}{y\sqrt{x} + \sqrt{z^3}} \right)$$

121. ក/ កំណត់ A ដែល $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc =$

$(a + b + c)A$

122. $a, b, c > 0$ ហើយ $ab + bc + ca = \frac{1}{3}$ ។ បង្ហាញថា ៖

$$\frac{a}{a^2 - bc + 1} + \frac{b}{b^2 - ca + 1} + \frac{c}{c^2 - ab + 1} \geq \frac{1}{a + b + c}$$

123. គឺមាន $a, b, c, p, q, r > 0$ បង្ហាញថា ៖

$$\frac{p}{q+r}a^2 + \frac{q}{r+p}b^2 + \frac{r}{p+q}c^2 \geq ab + bc + ca - \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$$

បញ្ជាក់ ៖ មេរៀនស្ទីតពុំមានឯកសារសម្រាប់ download ទេ។